

Rachunek prawdopodobieństwa

Zadanie 1

Doświadczenie losowe polega na tym, że losujemy jednocześnie trzy liczby ze zbioru $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że wśród wylosowanych liczb będzie liczba 4, pod warunkiem, że suma wylosowanych liczb będzie parzysta. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego Odp.

$$P(A|B) = \frac{13}{44}$$

Zadanie 2

Na wspólnym zebraniu klas IIIA i IIIB postanowiono wylosować dwie osoby, które będą kierowały przygotowaniem do studniówki. Każda z tych dwóch klas liczy 20 osób; w IIIA jest 6 dziewcząt, w klasie IIIB jest dziewcząt 12. Jakie jest prawdopodobieństwo, że obie wylosowane osoby są dziewczętami, jeśli obie pochodzą z tej samej klasy?

Odp.

$$\frac{81}{380}$$

Zadanie 3

Doświadczenie losowe polega na dwóch rzutach symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że wartość bezwzględna różnicy wyrzuconych liczb będzie większa od 2, jeżeli wiadomo, że suma kwadratów tych liczb przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1.

Odp.

$$\frac{4}{9}$$

Zadanie 4

Z urny zawierającej 10 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 10 losujemy jednocześnie trzy kule. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że numer jednej z wylosowanych kul jest równy sumie numerów dwóch pozostałych kul.

Odp.

$$P(A) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

Zadanie 5

Rzucamy cztery razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że iloczyn liczb oczek otrzymanych we wszystkich czterech rzutach będzie równy 60.

Odp.

$$\frac{60}{6^4} = \frac{5}{108}$$

Zadanie 6

Zdarzenia losowe A, B są zawarte w Ω oraz $P(A \cap B') = 0,7$ (A' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia A , B' oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia B).

Wykaż, że $P(A' \cap B) \leq 0,3$.

Zadanie 7

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy bez zwracania trzy cyfry i zapisujemy je w kolejności losowania, tworząc w ten sposób liczbę trzycyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania liczby podzielnej przez 3, jeżeli wiadomo, że iloczyn pierwszej i drugiej cyfry jest równy 8.

Odp.

$$P(A|B) = \frac{3}{7}$$

Zadanie 8

W pojemniku są 4 kule białe, 3 kule zielone i n kul czarnych. Z pojemnika losujemy równocześnie 2 kule. Prawdopodobieństwo, że nie wylosujemy kuli białej jest równe $6/13$. Oblicz n .

Odp.

6

Zadanie 9

Na ile sposobów można ze standardowej talii 52 kart wybrać 13 kart tak, aby mieć co najwyżej jednego czerwonego (kier lub karo) asa? Jakie jest prawdopodobieństwo takiego zdarzenia?

Odp.

$$\frac{16}{17}$$

Zadanie 10

Ze zbioru liczb $\{0, 1, -1, 3, -3, 5, -5, \dots, 2n + 1, -2n - 1\}$, gdzie n jest ustaloną liczbą naturalną, większą od 4, losujemy jednocześnie trzy liczby. Niech A oznacza zdarzenie: suma wylosowanych liczb nie ulegnie zmianie, jeżeli w wylosowanych liczbach zmienimy znaki na przeciwne.

Wiedząc, że $P(A) = 1/133$, oblicz n .

Odp.

$$9$$

Zadanie 11

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy kolejno, bez zwracania trzy cyfry i tworzymy liczbę trzycyfrową: pierwsza wylosowana cyfra jest cyfrą setek, druga – cyfrą dziesiątek, a trzecia – cyfrą jedności. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymana liczba ma następującą własność: różnica między największą i najmniejszą cyfrą tej liczby jest nie większa niż 3.

Odp.

$$\frac{13}{35}$$

Zadanie 12

Na stole stoją dwa identyczne koszyki, w których znajduje się po 15 jednakowej wielkości piłeczek. Piłeczki są w kolorze żółtym i czerwonym. W obu koszykach liczba piłeczek żółtych jest taka sama. Z każdego koszyka losujemy jedną piłeczkę. Ile powinno być w każdym koszyku żółtych piłeczek, aby prawdopodobieństwo wylosowania piłeczek różnych kolorów było największe?

Odp.

7 lub 8