

LISTA NR 8 (Ciągi arytmetyczne i geometryczne) POZIOM PODSTAWOWY

1. Wyznacz ogólny wyraz ciągu  $(a_n)$  oraz dwudziesty jego wyraz wiedząc, że ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym, w którym:
  - a)  $a_2 = 3, a_5 = 9$
  - b)  $a_3 = -3, a_5 + a_7 = -24$
  - c)  $a_4 = 1, a_3 \cdot a_5 = \frac{3}{4}$
  - d)  $a_2 + a_3 + a_4 = a_5 + a_6$  i  $a_1 + a_7 = -4$
  - e)  $a_1 + a_5 = 2$  i  $a_4^2 - a_2^2 = -12$
  - f)  $S_9 = 3$  i  $a_6 = \frac{1}{2}$
2. Oblicz sumę wszystkich dwucyfrowych liczb, które w wyniku dzielenia przez 3 dają resztę 1.
3. Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy 5. Oblicz pole tego trójkąta.
4. Trzy liczby tworzą rosnący ciąg arytmetyczny o sumie równej 9. Znajdź je wiedząc, że suma ich kwadratów wynosi 35.
5. Znajdź cztery liczby tworzące malejący ciąg arytmetyczny, w którym suma wyrazów skrajnych jest równa 27, a iloczyn środkowych 72.
6. Dla jakich wartości  $x$  trzy liczby:  $x, 4, x - 6$  tworzą niemonotoniczny ciąg geometryczny?
7. Między 8 i  $\frac{1}{2}$  wstaw trzy liczby tak, by utworzony ciąg był geometryczny.
8. W ciągu geometrycznym  $(a_n)$  mamy dane:
  - a)  $a_1 + a_3 = 15$  oraz  $a_2 - a_1 = 3$ . Znajdź  $a_1$  i  $q$
  - b)  $a_1 = 3$  i  $S_3 = 21$ . Znajdź wzór ogólny tego ciągu wiedząc, że jest on rosnący.
9. Trzy liczby tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy 3. Jeżeli pierwszą z nich pozostawimy bez zmian, do drugiej dodamy 1, a do trzeciej 10, to otrzymamy ciąg geometryczny. Jakie to liczby?
10. Trzy liczby rzeczywiste, których suma jest równa 9 tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli do drugiej dodamy 12, od trzeciej odejmiemy 3, a pierwszą pozostawimy bez zmian, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Znajdź te liczby.
11. Między liczby 2 i 9 wstaw dwie dodatnie liczby tak, aby w utworzonym w ten sposób ciągu trzy pierwsze tworzyły ciąg arytmetyczny, a trzy ostatnie geometryczny.
12. Trzy różne liczby, których suma jest równa 63 tworzą ciąg geometryczny. Liczby te są pierwszym, czwartym i szesnastym wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Jakie to liczby?
13. Wyrazy ciągu arytmetycznego  $(a_n)$  spełniają warunki  $a_2 + a_4 = 8$  i  $a_7 = 16$ .
  - a) Wyznaczyć wyraz ogólny tego ciągu.
  - b) Wykaż, że wyrazy  $a_2, a_3, a_7$  ciągu  $(a_n)$ , wzięte w tej kolejności tworzą ciąg geometryczny.
  - c) Sumy częściowe  $S_4$  i  $S_n$  spełniają warunek  $S_n + S_4 = 30$ . Wyznaczyć  $n$ .
14. Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu liczbowego  $(a_n)$  określona jest wzorem
 
$$S_n = n^2 + 6n, n \in N_+$$
  - a) Obliczyć trzydziesty pierwszy wyraz tego ciągu.
  - b) Wyznacz wzór ogólny tego ciągu i wykaż, że jest on arytmetyczny

ODPOWIEDZI – lista nr 8

1.

a)  $a_n = 2n - 1, a_{20} = 39$

d)  $a_n = -\frac{1}{3}n - \frac{2}{3}, a_{20} = -\frac{22}{3}$

b)  $a_n = -3n + 6, a_{20} = -54$

e)  $a_n = -3n + 10, a_{20} = -50$

c)  $a_n = -\frac{1}{2}n + 3, a_{20} = -7$  lub

f)  $a_n = \frac{1}{6}n - \frac{1}{2}, a_{20} = \frac{17}{6}$

$a_n = \frac{1}{2}n - 1, a_{20} = 9$

2.  $S_{30} = 1605$

3.  $P_{\Delta} = 150$

4.  $(1, 3, 5)$

5.  $(45, 24, 3, -18)$

6.  $x = -2$

7.  $(4, 2, 1)$  lub  $(-4, 2, -1)$

8. a)  $\begin{cases} a_1 = 3 \\ q = 2 \end{cases}$  lub  $\begin{cases} a_1 = \frac{3}{2} \\ q = 3 \end{cases}$  b)  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1} = \frac{3}{2} \cdot 2^n$

9.  $(2, 5, 8)$

10.  $(12, -6, 3)$  lub  $(3, -6, 12)$

11. 4 i 6

12.  $(3, 12, 48)$

13. a)  $a_n = 3n - 5$  b)  $a_2 = 1, a_3 = 4, a_7 = 16$ , czyli  $q = 4$  c)  $n = 5$

14. a)  $a_{31} = 67$  b)  $a_n = 2n + 5$