

LISTA NR 6 (Funkcje wymierne) POZIOM PODSTAWOWY

1. Określ dziedzinę oraz wykonaj odpowiednie działania i doprowadź do najprostszej postaci:

a) $\frac{3}{x-1} + \frac{3x-1}{x} - 3$

d) $\frac{-4x+4}{x^2+2x-3} - \frac{5x+1}{x+3}$

b) $\frac{3x-2}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$

e) $\frac{x^2-3x}{2x+2} \cdot \frac{2x+6}{x^2-9}$

c) $\frac{x+3}{2x+8} - \frac{2-x}{4-x} + \frac{0,5x^2+3x}{x^2-16}$

f) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-3x+2} : \frac{x^2-4}{x^2+x-2}$

2. Rozwiąż równania:

a) $\frac{-2x^2-4x+6}{x^2+3x} = 0$

d) $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x-4}{x^2+2x} = \frac{1}{x^2-2x}$

b) $\frac{x-3}{x+1} = \frac{x-1}{x+2}$

e) $\frac{-3x^2-5x}{x^2+1} = -4$

c) $\frac{x+3}{x+2} + \frac{x-3}{2-x} = \frac{x^2}{x^2-4} - 1$

3. Naszkcuj wykres funkcji

a) $f(x) = \frac{5}{x-1} + 3$ oraz zapisz zbiór wszystkich argumentów, dla których wartości tej funkcji są nieujemne

b) $f(x) = \frac{-2}{x+3}$ oraz opisz jej własności (dziedzina, zb. wartości, miejsce zerowe, równania asymptot, przedziały monotoniczności)

4. Dana jest funkcja $f(x) = \frac{-5}{x+2} - \sqrt{3}$. Wykaż, że $f(\sqrt{3}-1) = -\frac{7}{2}\sqrt{3} + \frac{5}{2}$

5. Dana jest funkcja $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$. Wyznacz a, p, q wiedząc, że jej dziedziną jest zbiór $R \setminus \{3\}$, zbiorem wartości jest $R \setminus \{-4\}$, a miejscem zerowym jest $3\frac{1}{2}$.

6. Dana jest funkcja $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$, której wykres przecina oś OY w punkcie o rzędnej 1 i ma asymptoty o równaniach $x = -1$ i $y = -2$. Znajdź miejsce zerowe tej funkcji oraz zapisz zbiór wszystkich argumentów, dla których wartości tej funkcji są niedodatnie.

7. Paweł jest 4 lata starszy od Michała. Rok temu stosunek wieku chłopaków wynosił $\frac{5}{4}$. Ile lat ma Paweł, a ile Michał?

8. Marek potrzebuje sześciu godzin na przekopanie grządek w ogródku, Mateuszowi natomiast cała praca zajmuje osiem godzin. Chłopcy postanowili wykonać pracę wspólnie. Ile czasu zajmie im przekopanie grządek w ogródku. Wynik wyraż w godzinach i minutach.

9. Janek przeczytał książkę liczącą 240 stron, czytając codziennie taką samą liczbę stron. Jego siostra Julia czytała codziennie o 10 stron więcej niż Janek i przeczytała tę książkę 2 dni szybciej. Ile dni czytał książkę Janek, a ile Julia?

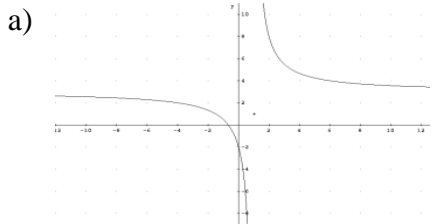
ODPOWIEDZI – lista nr 6

1. a) $D = R \setminus \{0,1\}$, najprostsza postać $\frac{2x-1}{x(x+1)}$
- b) $D = R \setminus \{-2,2\}$, najprostsza postać $\frac{2}{x+2}$
- c) $D = R \setminus \{-4,4\}$, najprostsza postać $\frac{1}{2x-8}$
- d) $D = R \setminus \{-3,1\}$, najprostsza postać $\frac{-5x-5}{x+3}$
- e) $D = R \setminus \{-3, -1,3\}$, najprostsza postać $\frac{x}{x+1}$
- f) $D = R \setminus \{-2,1,2\}$, najprostsza postać 1

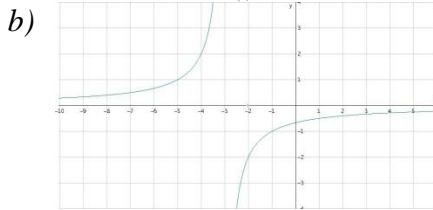
2.

- a) $x \in \{1\}$
- b) $x \in \{-5\}$
- c) $x \in \emptyset$
- d) $x \in \{3\}$
- e) $x \in \{1,4\}$

3.



$$f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right) \cup (1, \infty)$$



$$D = R \setminus \{-3\}$$

$$Y = R \setminus \{0\}$$

M_0 brak

$$\text{as. pion. } x = -3$$

$$\text{as. poz. } y = 0$$

funkcja rosnąca przedziałami $x \in (-\infty, -3)$,
 $x \in (-3, \infty)$

5. $f(x) = \frac{2}{x-3} - 4$, czyli $a = 2, p = 3, q = -4$

6. $x = \frac{1}{2}$; wartości są niedodatnie dla $x \in (-\infty, -1) \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$

7. Paweł ma 21 lat, a Michał 17

8. 3 godziny i 36 minut

9. Janek przeczytał książkę w 8 dni, a Julia w 6 dni.