

LISTA NR 13 (Geometria analityczna) POZIOM PODSTAWOWY

1. Znajdź równanie prostej
 - a) przechodzącej przez punkty $A = (-1,6)$ i $B = (3,-2)$,
 - b) równoległej do prostej o równaniu $y = 3x + 1$ i przechodzącej przez punkt $A = (2,5)$,
 - c) prostopadłej do prostej o równaniu $2x + y - 5 = 0$ i przechodzącej przez $P = (-1,2)$.
2. Znajdź równania osi symetrii odcinka AB o końcach $A = (-2,-1)$ i $B = (6,3)$.
3. Dane są punkty $A = (-3,-4)$, $B = (5,0)$, $C = (-1,2)$.
 - a) Znajdź równania prostych, w których zawarte są boki trójkąta ABC .
 - b) Znajdź długości środkowych trójkąta ABC .
 - c) Wykaż, że trójkąt ABC jest prostokątny.
 - d) Znajdź współrzędne punktu D tak, by czworokąt $ABCD$ był równoległobokiem. Oblicz jego obwód.
 - e) Oblicz pole równoległoboku $ABCD$.
4. Oblicz pole trójkąta ABC , jeśli $A = (2,-4)$, $B = (-1,0)$, $C = (-4,-1)$.
5. Dane są punkty $P = (0,2)$, $Q = (6,4)$ i $R = (1,9)$. Znajdź odległość środka podstawy PQ od ramienia QR w trójkącie PQR .
6. Wierzchołek A równoległoboku $ABCD$ leży na przecięciu prostych o równaniach $y = 2x + 4$ i $y = \frac{1}{3}x - 1$, w których zawierają się boki AB i AD równoległoboku. Wiedząc, że punkt $S = \left(1\frac{1}{2}, 2\right)$ jest środkiem symetrii równoległoboku $ABCD$, znajdź współrzędne wszystkich jego wierzchołków.
7. Podstawą równoramiennej trójkąta ABC jest odcinek AB o końcach $A = (-2,-4)$, $B = (6,0)$. Ramię BC tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y = -x + 6$. Znajdź współrzędne wierzchołka C oraz oblicz pole tego trójkąta.
8. Trzy wierzchołki kwadratu mają współrzędne $A = (-4,0)$, $B = (0,-3)$, $D = (-1,4)$. Znajdź współrzędne wierzchołka C oraz oblicz pole i obwód tego kwadratu.
9. Wyznacz równanie osi symetrii (o ile istnieje) trapezu o wierzchołkach $A = (7,-1)$, $B = (6,2)$, $C = (2,4)$, $D = (-1,3)$.
10. Dane są punkty $K = (-1,1)$, $L = (0,3)$. Znajdź współrzędne punktów A i B wiedząc, że punkty K i L dzielą odcinek AB na trzy równe części.
11. Dane są punkty $A = (-2,-2)$ i $B = (4,0)$ będące kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Wyznacz algebraicznie (nie graficznie!) współrzędne pozostałych wierzchołków tego kwadratu.
12. Prosta o równaniu $y = 2x + 7$ przecina parabolę o równaniu $y = -(x+3)^2 + 4$ w punktach A i B . Oblicz długość odcinka \overline{AB} .
13. Punkt $A = (-1,5)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennej, którego ramię ma długość 10. Podstawa trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}$.
 - a) Znajdź współrzędne pozostałych wierzchołków tego trójkąta.
 - b) Oblicz pole tego trójkąta.

ODPOWIEDZI – lista nr 13

1. a) $y = -2x + 4$ b) $y = 3x - 1$ c) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
2. $y = \frac{1}{2}x$ $y = -2x + 5$
3. a) $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$, $y = 3x + 5$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$
- b) $2\sqrt{5}$, $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$
- d) $D = (-9, -2)$, obwód: $8\sqrt{5} + 4\sqrt{10}$
- e) $P_{ABCD} = 40$
4. $P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \frac{15}{2}$
5. $d = 2\sqrt{2}$, wskazówka: pamiętaj, że odległość punktu od prostej wyznaczamy prowadząc odpowiedni odcinek (prostą) **prostopadle** do danej prostej.
6. $A = (-3, -2)$, $B = (3, 0)$, $C = (6, 6)$, $D = (0, 4)$
7. $C = (-4, 10)$, wskazówka: wysokość CD tego trójkąta jest jednocześnie jego środkową (trójkąt jest równoramienny); wyznacz równanie prostej, w której zawarta jest ta właśnie wysokość ($y = -2x + 2$), a następnie z układu równań $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = -x + 6 \end{cases}$ wyznacz współrzędne punktu C .
8. $C = (3, 1)$; możesz to rozwiązać co najmniej trzema metodami:
- Wykorzystać proste równoległe (dużo pracy)
 - Stosując wzór na środek odcinka
 - Wykorzystać równość wektorów
- } Szybsze metody
9. Najpierw sprawdź, czy trapez jest równoramienny. Oś symetrii: $y = 2x - 5$
10. $A = (-2, -1)$, $B = (1, 5)$, wskazówka: skorzystaj z wzoru na środek odcinka
11. $(2, 6)$ i $(-4, 4)$ lub $(6, -6)$ i $(0, -8)$ wskazówka: wyznacz prostą prostopadłą do AB i przechodzącą przez (np.) B , a następnie wykorzystaj własność współrzędnych dowolnego punktu leżącego na prostej i porównaj długości odcinków AB i BC – tak znajdziesz punkt C .
12. Wyznacz najpierw współrzędne $A = (-6, -5)$ i $B = (-2, 3)$, $|AB| = 4\sqrt{5}$
13. a) $B = (-1, -5)$, $C = (7, -1)$
- b) $P_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5} = 40$