

Geometria analityczna

I. Co powinieneś umieć, zdając egzamin maturalny z matematyki (c.d.).

Uczeń:

- 1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- 2) bada równoległość i prostokątność prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- 3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostokątna do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;
- 4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
- 5) wyznacza współrzędne środka odcinka;
- 6) oblicza odległość dwóch punktów;
- 7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.

II. Przykłady zadań egzaminacyjnych.

Zadanie 1. Punkty $A(-3; 1)$ i $B(2; 3)$ są kolejnymi wierzchołkami kwadratu. Obwód tego kwadratu jest równy:

- A) $4\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{17}$ C) $4\sqrt{21}$ D) $4\sqrt{29}$.

Zadanie 2. Punkty $A(5; 1)$ oraz $C(-1; 3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Bok tego kwadratu ma długość:

- A) $\sqrt{10}$ B) $\sqrt{20}$ C) $\sqrt{30}$ D) $\sqrt{40}$.

Zadanie 3. Odległość punktu $A(5; \sqrt{11})$ od początku układu współrzędnych jest równa:

- A) 6 B) $\sqrt{11}$ C) $\sqrt{16}$ D) 5.

Zadanie 4. Dany jest okrąg o środku $S(-6; -8)$ i promieniu 2014. Obrazem tego okręgu w symetrii osiowej względem osi OY jest okrąg o środku w punkcie S_1 . Odległość między punktami S i S_1 jest równa:

- A) 12 B) 16 C) 2014 D) 4028.

Zadanie 5. Punkty $A(1; -2)$, $C(4; 2)$ są dwoma wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC . Wysokość tego trójkąta jest równa:

- A) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ D) $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Zadanie 6. Wiadomo, że prosta o równaniu $ax - y + 31 = 0$ przechodzi przez środek odcinka o końcach $A(2; 4)$ i $B(6; 2)$. Wówczas wartość współczynnika a jest równa:

- A) $a = -4$ B) $a = -5$ C) $a = -6$ D) $a = -7$.

Zadanie 7. Dane są punkty $M(3; -5)$ oraz $N(-1; 7)$. Prosta przechodząca przez te punkty ma równanie:

- A) $y = -3x + 4$ B) $y = 3x - 4$ C) $y = -\frac{1}{3}x + 4$ D) $y = 3x + 4$.

Zadanie 8. Proste o równaniach $x + y - 2 = 0$ i $-2x + y + 1 = 0$ przecinają się w punkcie o współrzędnych:

- A) $(-2; 2)$ B) $(2; -1)$ C) $(1; 1)$ D) $(2; -2)$.

Zadanie 9. Punkt $S(4; 1)$ jest środkiem odcinka AB , gdzie $A(a; 0)$ i $B(a + 3; 2)$. Wówczas:

- A) $a = 0$ B) $a = 0,5$ C) $a = 2$ D) $a = 2,5$.

Geometria analityczna

Zadanie 10. Prostą równoległą do prostej $y = \frac{3}{6}x + \frac{1}{6}$ jest prosta:

A) $y = -2x + 3$ B) $y = -0,5x - 4$ C) $y = 0,5x - 12$ D) $y = \frac{1}{6}x - 3$.

Zadanie 11. Wyznacz równanie prostej równoległej do prostej $y = 6x - 10$, przechodzącej przez punkt $A(-1; 2)$ oraz równanie prostej prostopadłej do tych prostych, przechodzącej przez punkt $B(0; -3)$.

Zadanie 12. Zapisz równanie ogólne i kierunkowe prostej AB , jeśli $A(-1; -1)$, $B(2; 11)$.

Zadanie 13. Wierzchołkami trójkąta ABC są punkty $A(-4; 1)$, $B(5; -2)$, $C(3; 6)$. Oblicz długość środkowej AD .

Zadanie 14. Napisz równanie symetralnej boku AB trójkąta ABC o wierzchołkach $A(3; 2)$, $B(10; 2)$ i $C(5; 8)$.

Zadanie 15. Dane są punkty $A(-2; -7)$, $B(-1; -4)$, $C(4; 11)$. Wykaż, że punkty te są współliniowe.

Zadanie 16. Oblicz pole i obwód trójkąta o wierzchołkach: $A(1; 3)$, $B(4; 0)$, $C(-2; 1)$.

Zadanie 17. W kwadracie $ABCD$ dane są wierzchołek $A(1; -2)$ i środek symetrii $S(2; 1)$. Oblicz pole kwadratu $ABCD$.

Zadanie 18. Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta, którego boki zawarte są w prostych o równaniach $x - 2y - 2 = 0$, $3x + y - 6 = 0$, $x + 5y - 16 = 0$.

Zadanie 19. Czworokąt $ABCD$ ma środek symetrii. Znajdź współrzędne punktu D , jeżeli: $A(-4; -1)$, $B(3; -1)$, $C(5; 3)$.

Zadanie 20. Dane są proste o równaniach $l: 4x + 2y - 5 = 0$, $k: mx + 3y + 1 = 0$. Wyznacz m , tak aby te proste były prostopadłe.

Zadanie 21. Dane są punkty $A(-4; 32)$ i $B(-36; 16)$. Wykaż, że koło o średnicy AB jest zawarte w II ćwiartce prostokątnego układu współrzędnych.

Zadanie 22. Punkty $A(-3; 2)$, $B(0; 3)$, $C(-2; 5)$ to wierzchołki trójkąta. Podaj, jakie są współrzędne wierzchołków trójkąta symetrycznego do trójkąta ABC względem: a) OX , b) OY , c) $(0; 0)$.

Zadanie 23. Punkt $A(-4; 2)$ oraz $B(2; 6)$ są symetryczne względem prostej k . Wyznacz równanie prostej k .

Zadanie 24. W trójkącie równoramiennym ABC o podstawie AB poprowadzono wysokość z wierzchołka C . Wyznacz równanie prostej zawierającej tę wysokość, jeśli $A(2; 8)$, $B(-2; 4)$.

Zadanie 25. Wykaż, że trójkąt ABC o wierzchołkach $A(5; -4)$, $B(3; 2)$, $C(2; -5)$ jest prostokątny.

Zadanie 26. Punkt $A(4; -10)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Dwa boki równoległoboku zawierają się w prostych o równaniach $y = 3x - 2$ i $y = -x + 6$. Wyznacz pozostałe wierzchołki równoległoboku.

Zadanie 27. Wykaż, że czworokąt o wierzchołkach $A(-2; 0)$, $B(4; 3)$, $C(6; 7)$, $D(0; 4)$ jest trapezem.

Zadanie 28. Oblicz pole i obwód rombu $ABCD$ wiedząc, że przekątna AC jest zawarta w prostej o równaniu $y = 2x - 2$ oraz $A(-1; -4)$ i $D(-6; 6)$.